Travaux dirigés 1 : Correction

Exercice 1 : Mouvement parabolique

1. Référentiel : terrestre sup. gal.
   Système : Projectile
   Système de coord. : cartésien
2. $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} v_0.\cos(\alpha).t \\ v_0.\sin(\alpha).t - \frac{g}{2}t^2 \end{pmatrix}$
3. En prenant l'équation sur x, on obtient : $t = \frac{x}{v_0.\cos\alpha}$, en remplaçant dans y on obtient : $y(t) = v_0.\sin(\alpha).\frac{x}{v_0.\cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0.\cos\alpha}\right)^2$
4. $\vec{v} = \frac{\overrightarrow{dOM}}{dt} = \begin{pmatrix} v_0.\cos(\alpha) \\ v_0.\sin(\alpha) - gt \end{pmatrix}$ et $\|\vec{v}\| = \sqrt{(v_0.\cos(\alpha))^2 + (v_0.\sin(\alpha) - gt)^2}$
5. $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{dv}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$ et $\|\vec{a}\| = 10\ m.s^{-2}$
6. Sur x : uniforme, dans le sens positif.
   Sur y : décéléré, dans le sens positif, jusqu'à une certaine valeur où le mouvement devient accéléré
7. Chercher x_{max} revient à chercher le moment où l'objet touche le sol c'est-à-dire y=0.

$$y(t_{max}) = v_0.\sin(\alpha).t_{max} - \frac{g}{2}{t_{max}}^2 = 0$$

$$t_{max}\left(v_0.\sin(\alpha) - \frac{g}{2}t_{max}\right) = 0$$

   Soit t_{max}=0, c'est-à-dire, la position initiale, soit $t_{max} = \frac{2v_0.\sin(\alpha)}{g}$
   On remplace dans l'expression de x :

$$x_{max} = \frac{2v_0.\cos(\alpha)\,v_0.\sin(\alpha)}{g}$$

8. Au sommet, la vitesse verticale est nulle, c'est-à-dire : $v_y(t_s) = 0$; $v_0.\sin(\alpha) - gt_s = 0$
   On peut donc chercher $t_s = v_0.\frac{\sin(\alpha)}{g}$
   On remplace dans l'expression du vecteur position :

$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} v_0.\cos(\alpha).v_0.\frac{\sin(\alpha)}{g} \\ v_0.\sin(\alpha).v_0.\frac{\sin(\alpha)}{g} - \frac{g}{2}\left(v_0.\frac{\sin(\alpha)}{g}\right)^2 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 : Mouvement circulaire

1. Référentiel : terrestre sup. gal.
   Système : Particule
   Système de coord. : cartésien
2. $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} R.\cos(\omega t) \\ R.\sin(\omega t) \end{pmatrix}$
3. On repère la forme d'une trajectoire circulaire : x² + y² = R² : $R^2.\cos^2(\omega t) + R^2.\sin^2(\omega t) = R^2$
4. $\vec{v} = \frac{\overrightarrow{dOM}}{dt} = \begin{pmatrix} -R.\omega.\sin(\omega t) \\ R.\omega.\cos(\omega t) \end{pmatrix}$ et $\|\vec{v}\| = \sqrt{(-R.\omega.\sin(\omega t))^2 + (R.\omega.\cos(\omega t))^2} = R.\omega$
5. $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{dv}}{dt} = \begin{pmatrix} -R.\omega^2.\cos(\omega t) \\ -R.\omega^2.\sin(\omega t) \end{pmatrix}$ et $\|\vec{a}\| = \sqrt{(-R.\omega^2.\cos(\omega t))^2 + (-R.\omega^2.\sin(\omega t))^2} = R.\omega^2$

Travaux dirigés 2 : Correction

Exercice 1 : Coordonnées polaires :

1. L'ex 2
2. $\overrightarrow{OM} = R.\overrightarrow{u_r}$
3. /
4. $\overrightarrow{v(t)} = \dot{r}.\overrightarrow{u_r} + r.\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} = r.\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$ avec, par identification : $\dot{\theta} = \omega$
5. $\overrightarrow{a(t)} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overrightarrow{u_r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\overrightarrow{u_\theta} = -r\dot{\theta}^2\overrightarrow{u_r}$ avec, par identification : a =R ω^2

Exercice 2 : Coordonnées cylindrique:

1. Référentiel : terrestre sup. gal.
   Système : cheval
   Système de coord. : cartésien
2. $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} R.\cos(\omega t) \\ R.\sin(\omega t) \\ a(1+\sin(\varphi t)) \end{pmatrix}$
3. $\vec{v} = \begin{pmatrix} -R.\omega.\sin(\omega t) \\ R.\omega.\cos(\omega t) \\ a\varphi\cos(\varphi t) \end{pmatrix}$
4. $\vec{a} = \begin{pmatrix} -R.\omega^2.\cos(\omega t) \\ -R.\omega^2.\sin(\omega t) \\ -a\varphi^2\sin(\varphi t) \end{pmatrix}$